

Ön Tasarımda Kafalı-Posdunine Bağıntısının Cardan Formülü ile Kesin Çözümü

Serdar BEJİ
Ufuk BOYACI

ÖZET

Seyir hızı ve deplasman yardımı ile başlangıç gemi boyunun saptanması için yararlanılan Kafalı - Posdunine bağıntısı, sonuçta üçüncü dereceden bir denkleme dönüşür. Alışlagelen yöntem, çözümün yaklaşımlarla belirlenmesidir. Bu çalışmada; Cardan'ın kübik denklemelerin kesin çözümü için çıkardığı formülden yararlanılarak varılan sonuçlar, kolayca kullanılabilir eğrilere dönüştürülmüştür. Gözlenmeye değer, ilginç bir benzerlik ise son bölümde yer almaktadır.

1. GİRİŞ

Posdunine, özgün çalışmasında :

L_0 : Gemi boyu. (Feet)

C : Gemi türüne bağlı sabit değer.

V : Gemi hızı. (Knot)

Δ : Deplasman. (Ton)

olmak üzere,

$$L_0 = C \left(\frac{V}{V + z} \right)^2 \cdot \Delta^{1/3} \quad (1)$$

bağıntısını önermektedir.

Kafalı, anılan sabitin değişken ve Froude sayısına bağlı olması gerektigine işaret ederek, aşağıdaki bağıntıları vermiştir [2].

Yolcu gemileri :

$$C = 18 \frac{V}{\sqrt{L_0}} + 10.5 \quad (2a)$$

Yük gemileri - Tankerler :

$$C = 10 \frac{V}{\sqrt{L_0}} + 14.5 \quad (2b)$$

Remorkörler :

$$C = 4.5 \frac{V}{\sqrt{L_0}} + 12 \quad (2c)$$

Devamla :

$$X_1 = V / \sqrt{L_0} \quad (3a)$$

$$C = aX_1 + b \quad (3b)$$

olmak üzere, (3a) ve (3b) nin (1) denklemine uygulanarak :

$$aX_1^3 + bX_1^2 - \frac{(V + 2)^2}{\Delta^{1/3}} = 0 \quad (4)$$

olacağı gösterilmiştir.

2. ÇÖZÜM

2.1. Cardan Formülü

$$f(z) = az^3 + bz^2 + cz + d = 0 \quad (5)$$

Genel kübik denklemin kökleri için lineer bir dönüşümle :

$$g(x) = x^3 + px + q = 0 \quad (6)$$

formunu elde eden Cardan, ikinci bir dönüşüm uygulayarak :

$$x = \frac{1}{3} \left(\sqrt[3]{-\frac{q}{2}} + \frac{3}{2} \sqrt{-\frac{K}{3}} \right. \\ \left. + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \frac{3}{2} \sqrt{-\frac{K}{3}}} \right) \quad (7a)^{**}$$

$$K = -4p^3 - 27q^2 \quad (7b)$$

(*) Gemi İnşaatı ve Makinaları Mühendisi.

(**) Yazının amacı dışında kaldığı için $-K < 0$ koşulu ile ilgili sorun ve açıklamalar Üzerinde durulmamıştır.

çözümüne ulaşmıştır. Bu, aynı zamanda, Galois bağıntılarının özel bir halidir [1].

2.2. Kübik Denklemin Cardan Formuna Uygun Düzenlenmesi

Froude sayısını kök kabul eden (4) formu Cardan formülüne uygulanmaya elverişli olmadığından :

$$G = \left(\frac{V}{V+2} \right)^2 \Delta^{1/3} \quad (5)$$

ve

$$\sqrt{L} = X \quad (9a)$$

kabulü ile,

$$X^3 - GBX - GA = 0 \quad (9b)$$

2.3. Uygulama

(9b) denkleminin çözümü (7a) ve (7b) bağıntılarından yararlanılaarak :

$$X = \sqrt[3]{\frac{GA}{2}} \cdot \left(V + \sqrt{V^2 - \frac{4B^3}{27A^2} \cdot G} \right) \\ + \sqrt[3]{\frac{GA}{2}} \cdot \left(V - \sqrt{V^2 - \frac{4B^3}{27A^2} \cdot G} \right) \quad (10)$$

ifadesi ile yazılabilir.

(2a), (2b) ve (2c) denklemleri kullanılarak üç değişik tür gemi için bulunan kesin çözümler söyledir :

i. Yolcu Gemileri

$$D = \sqrt{V^2 - 0.55G} \quad (11a)***$$

$$\sqrt{L} = \sqrt[3]{9G(V+D)} + \sqrt[3]{9G(V-D)} \quad (L: \text{Feet}) \quad (11b)$$

$$\sqrt{L} = \sqrt[3]{1.5G(V+D)} + \sqrt[3]{1.5G(V-D)} \quad (L: \text{Metre}) \quad (11c)$$

ii. Yük Gemileri - Tankerler

$$D = \sqrt{V^2 - 4.52G} \quad (12a)***$$

$$\sqrt{L} = \sqrt[3]{5G(V+D)} + \sqrt[3]{5G(V-D)} \quad (L: \text{Feet}) \quad (12b)$$

$$\sqrt{L} = \sqrt[3]{0.84G(V+D)} + \sqrt[3]{0.84G(V-D)} \quad (L: \text{Metre}) \quad (12c)$$

iii. Romorkörler

$$D = \sqrt{V^2 - 12.64G} \quad (13)***$$

$$\sqrt{L} = \sqrt[3]{2.52G(V+D)} + \sqrt[3]{2.25G(V-D)} \quad (L: \text{Feet}) \quad (13b)$$

$$\sqrt{L} = \sqrt[3]{0.58G(V+D)} + \sqrt[3]{0.35G(V-D)} \quad (L: \text{Metre}) \quad (13c)$$

3. ÇÖZÜM EĞRİLERİ

2.3. Bölümündeki eşitliklerin, gemi türüne uygun deplasman ve hız aralığında grafikleri çizilmiştir. Yolcu gemilerinde: 500 - 15000 ton, yük gemileri - tankerler için: 1000 - 30000 ton ve romorkörlerde: 100 - 1000 ton deplasman aralığı seçimi Türkiye koşullarına uygun görülmektedir. Sınırlar tartışılabilir, fakat, eğriler yardımcı ile çoğu ön tasarımda hızla sonuca varılacağı umulmaktadır.

4. BENZERLİK

Aşağıdaki bölüm kaynak [3] ten alınmıştır.

Jager'e göre; boy, hız ve deplasman arasındaki bağıntı söyledir :

$$\sqrt{L} = \sqrt[3]{p+q} + \sqrt[3]{p-q} \quad (14a)$$

$$p = b \cdot \Delta^{1/3} \cdot V \quad (14b)$$

$$q = b \cdot \Delta^{1/3} \cdot \sqrt{V^2 - 2 \cdot \Delta^{1/3}} \quad (14c)$$

L : Metre cinsinden dikeyler arası boy,

Δ : Metrik ton,

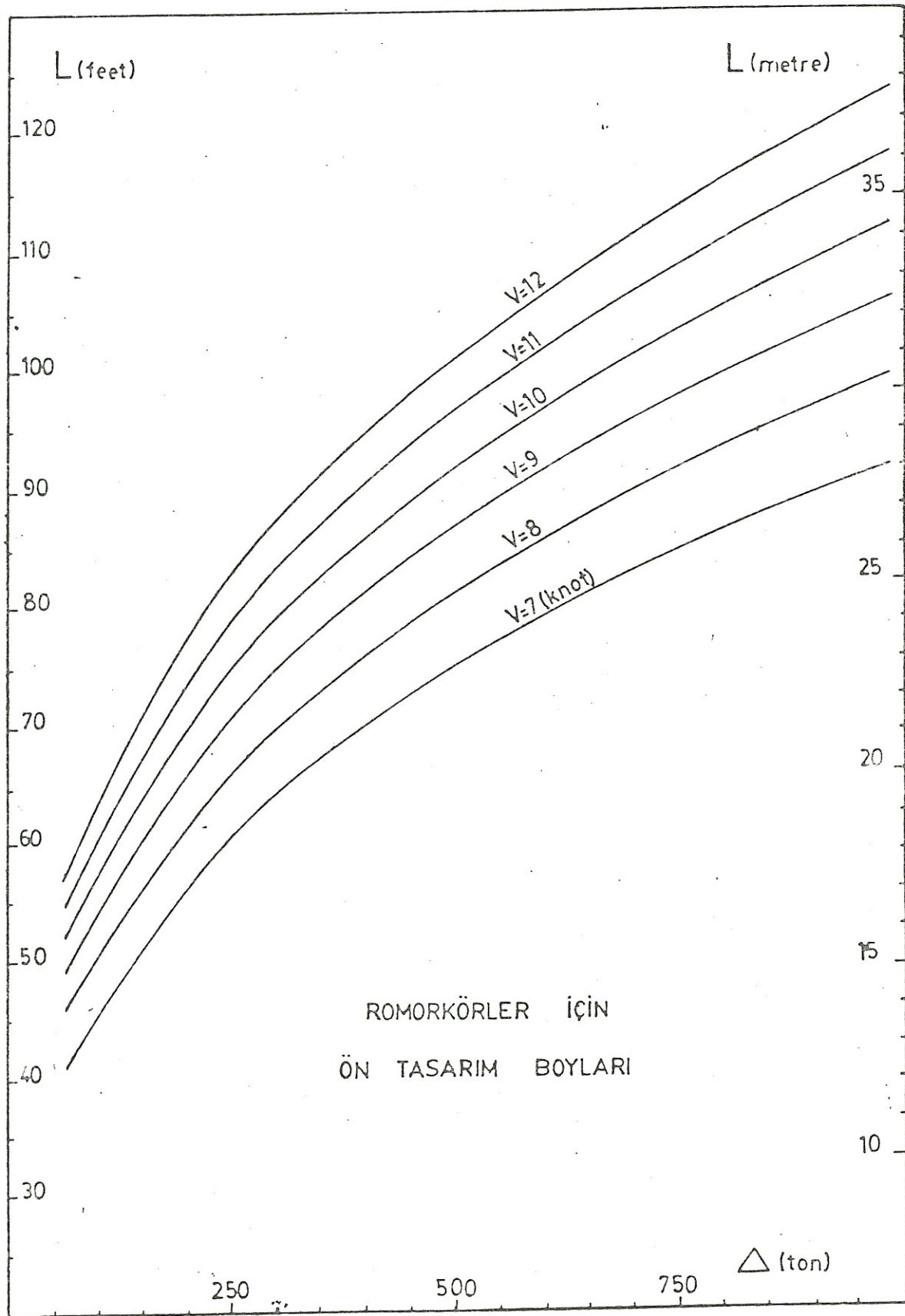
V : Knot olarak hız,

b : Yerine göre aşağıdaki değerlerden birini almaktadır :

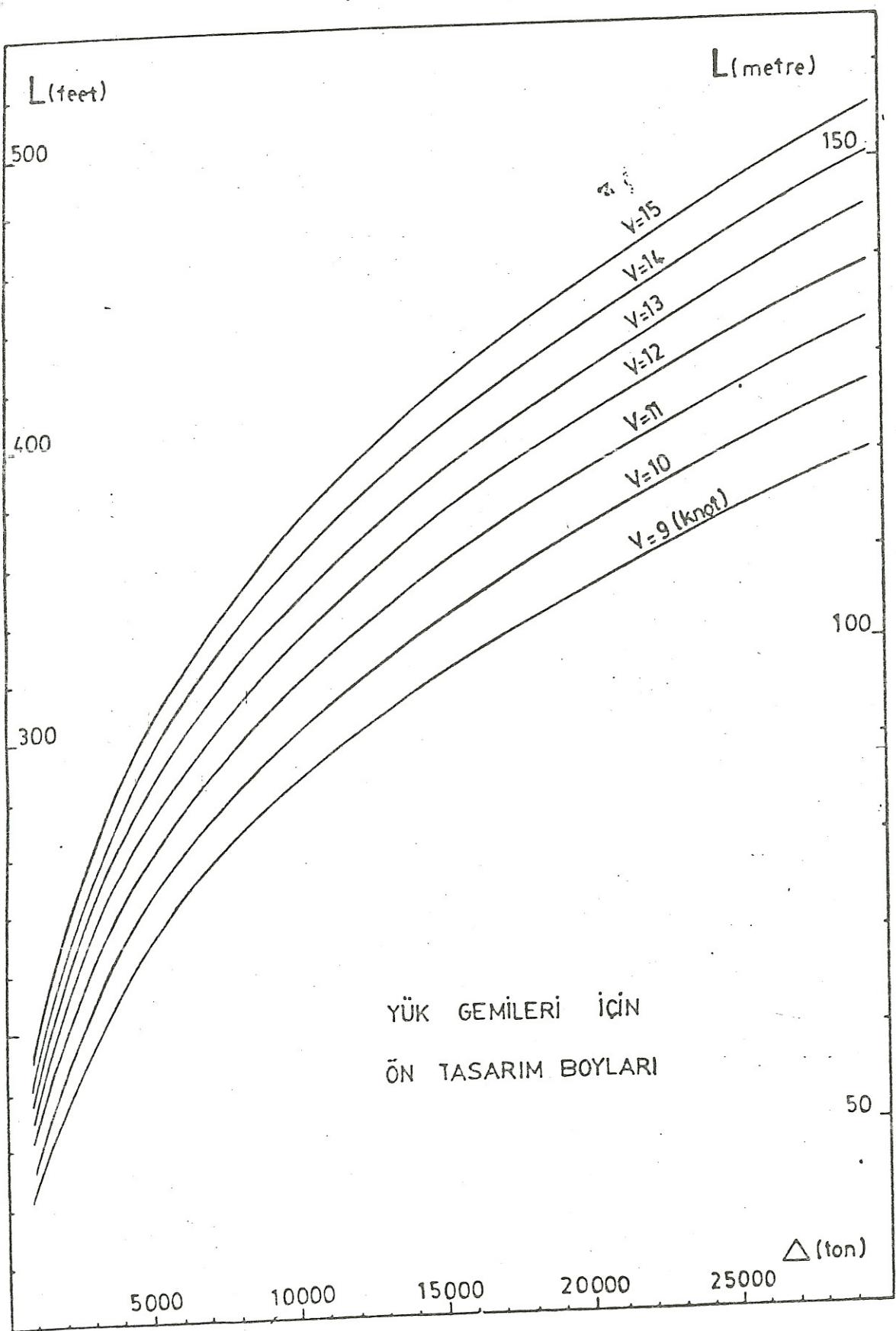
Romorkörler, yakın sahil motorları ve benzeri büyük hızlı gemiler için : $b=2/3$

Yük gemileri, karışık yük ve yolcu gemileri, nehir gemileri, destroyerler, kruvazörler için : $b=5/6$

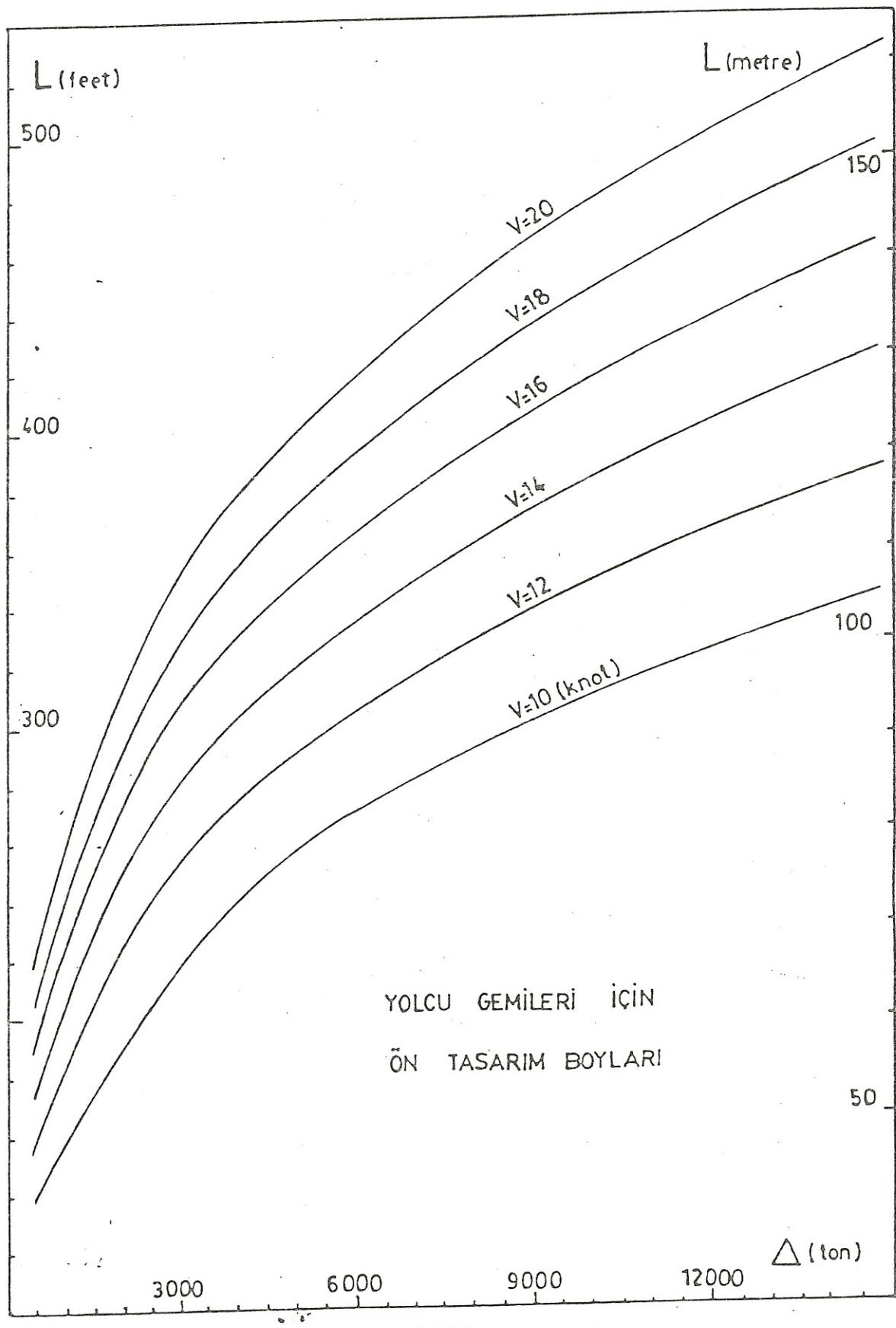
(***) «EK» bölümünde ayrıntılı açıklamalar verilmiştir.



Şekil 1.



Şekil 2.



Şekil 3.

Jager'in bağıntısını tek denklemde toplamak üzere (14b) ve (14c) eşitliklerini (14a) da yerine yazarsak :

$$\sqrt{L} = \sqrt[3]{b \Delta^{1/3} (V + \sqrt{V^2 - 2\Delta^{1/3}})} + \sqrt[3]{b \Delta^{1/3} (V - \sqrt{V^2 - 2\Delta^{1/3}})} \quad (15)$$

Okuyucu, bu aşamada (10) denkleminde :

$$(4B^3/27A^2)G = (4B^3/27A^2)(V/V+2)^2 \cdot \Delta^{1/3} = s\Delta^{1/3} \quad (16a)$$

$$(GA/2) = (A/2)(V/V+2)^2 \cdot \Delta^{1/3} = g\Delta^{1/3} \quad (16b)$$

alarak kurabileceğim denklemi, (15) bağıntısı ile dikkatle kıyaslamalıdır.

5. SONUÇLAR

Ön tasarıma ilişkin yaklaşık bir bağıntının kesin çözümünün gerekli olduğu savunulamaz. Fakat, çalışmanın hazırlanması iki nedenden ötürü haklı gösterilebilir. İlk - ve önem taşıyanı - işlemeye gerek duyulmaksızın, başlangıç boyunun saptandığı eğri gruplarının kullanıma sunulmasıdır. Diğer ise, ancak kesin çözümleme ile gözlenebilecek bir benzerliğin açığa çıkmış olduğunu.

TEŞEKKÜR

Çalışmamızın tüm aşamalarına ilgi ve sabırla katılan, değerli arkadaşımız Tek. Müh. Saadet ERDEM'e teşekkür ederiz.

EK

(4) denkleminin katsayıları incelenliğinde, her zaman en az bir pozitif kökü olacağının görülebilir. Bunun anlamı Δ ve V ne olursa olsun bunlara karşı gelecek bir Froude sayısının var olduğunu.

Oysa, kökeni aynı denklem olan; (11a), (12a) ve (13a) bağıntıları, sırasıyla :

$$V > 0.73 \Delta^{1/6} - 2$$

$$V > 2.13 \Delta^{1/6} - 2$$

$$V > 3.55 \Delta^{1/6} - 2$$

koşulları korunduğunda geçerlidir. Aksi durumlar yaratan Δ , V değerleri için (9b) denkleminin diğer kökleri araştırılarak L değeri bulunabilir. Ancak, sıralanan koşulların, gemicilikte kolayca karşılaşılmayan $\Delta - V$ ikilileri ile bozulduğunu belirtelim.

Aynı sorun, Jager'in bağıntısında: $V > 1.41 \Delta^{1/6}$ koşulu ile karşımıza çıkmaktadır.

K A Y N A K L A R

- [1] ARF, C. (1947) Cebir Dersleri. İstanbul: İ. Horoz Basımevi. Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi Yayınları.
- [2] KAFALI, K. (1975) Gemi Formunun Statik ve Dinamik Esasları, Cilt III, Gemilerin Hidrodinamik Dizaynı. İstanbul Teknik Üniversitesi Matbaası, Gümüşsuyu.
- [3] ULGEN, Ü. (1981) Ön Tasarım Aşamasında Bir Geminin Ana Boyutlarının Saptanması. Gemi Mühendisliği, Temmuz - 81.