



İSTANBUL BOĞAZI'NDA İKİ TABAKALI AKIŞIN SAYISAL İNCELENMESİ

Serdar BEJİ¹, A.Cemil DİKİLİ², Barış BARLAS³

ÖZET

Bu çalışmada, derinlik integre edilmiş süreklilik ve momentum denklemleri kullanılarak tek ve iki tabakalı akıntılar sayısal olarak modellenmiş ve iki tabakalı hal için İstanbul Boğazı'na uygulanmıştır. Öncelikle, derinlik integrasyonu ile denklemlerin kartezyen koordinatlardaki en genel formları çıkarılmıştır. Tek ve iki tabakalı kararsız akış denklemlerinin sonlu farklarla sayısal çözümleri için yeni bir yaklaşım geliştirilerek örnek hesaplamalar ve testler yapılmıştır. İstanbul Boğazı'na ait genişlik ve su derinliği değerlerinin batimetrik haritalardan bilgisayara aktarılmasının ardından Boğaz'daki akıntılar derinlik integre edilmiş tek ve iki tabakalı akış denklemleri kullanılarak simüle edilmiştir. Genel olarak sonuçlar oldukça tatmin edicidir.

Anahtar kelimeler: İki tabakalı akış, sayısal çözüm, derinlik integre edilmiş denklemler, İstanbul Boğazı.

1. Giriş

İstanbul Boğazı, uluslararası öneme haiz bir iç su yolunun en kritik bölgesi olarak düşünülebilir. Yüksek düzeydeki uluslararası gemi trafiği ve özellikle ülkemizin en büyük şehri İstanbul'un boğazın iki yakasında yer alması buradan geçen gemilerin seyir emniyetini çok önemli

¹ Prof.Dr., İTÜ, Gemi İnşaatı ve Deniz Bilimleri Fak., Maslak, İstanbul, sbeji@itu.edu.tr

² Y.Doç.Dr., İTÜ, Gemi İnşaatı ve Deniz Bilimleri Fak., Maslak, İstanbul, dikili@itu.edu.tr

³ Y.Doç.Dr., İTÜ, Gemi İnşaatı ve Deniz Bilimleri Fak., Maslak, İstanbul, barlas@itu.edu.tr

fax: 212 285 6454

kılmaktadır. Gemilerin seyir emniyetini etkileyen en önemli faktör, seyredilen bölgedeki akıntının şiddeti ve yönü olmaktadır. Bunun yanısıra, herhangi bir deniz kazası durumunda boğaza yayılacak petrol veya kirleticilerin akıntılarla nerelere taşınacağını yaklaşık olarak da olsa kestirilebilmesi kirlilikle acil mücadele açısından büyük önem taşımaktadır. Bütün bunların ötesinde Karadeniz'e akan nehir ve akarsulardan kaynaklanan kirleticilerin boğaz yoluyla Marmara'ya ve Ege'ye taşınması da İstanbul Boğazı'ndaki akıntıların incelenmesinde çok sayıda neden olduğunu göstermektedir. Yirmibeş yıldan uzun bir süre önce TÜBİTAK Sualma Tesisleri Ünitesi için Çeçen ve diğ. [1] tarafından İstanbul Boğazı'nın iki tabakalı akışının hidrolik modellemesi konusunda hazırlanan rapor, günümüzde de en temel ve başarılı bir çalışma olarak yerini korumaktadır. Anılan çalışmada, boğaz geometrisi bilgisayar hesaplamalarını elverdiğince azaltacak şekilde basitleştirilmiş ve özel durumlar için hidrolik model analitik olarak çözülmüştür. Çalışmada verilen sonuçların bazıları günümüzde de daha karmaşık modellerin test edilmesi açısından kullanılmaktadır. Bilgisayar kapasitelerinin artmasıyla, İstanbul Boğazı'na ait iki tabakalı sayısal bir model Oğuz ve diğ. [2] tarafından geliştirilmiştir. Anılan model, bütün olarak Çeçen ve diğ. [1]'nin modelinden daha ayrıntılı olmasına karşın, Boğaz geometrisinde yine belirgin basitleştirmeler yapılmış ve Boğaz genişliği değişken fakat boy yönünde düz ve simetrik olarak modellenmiştir. Bu iki önemli çalışmanın yanısıra İstanbul Boğazı konusunda pek çok araştırma olmasına karşın akıntıların modellenmesi üzerine anılan çalışmaların düzeyinde bir çalışmaya rastlanmamaktadır. Bu çalışmada İstanbul Boğazı'ndaki akıntılar günümüz bilgisayar teknolojisi yardımıyla mümkün olduğunca gerçekçi bir geometri için sayısal olarak modellenmeye çalışılmıştır. Bu amaç doğrultusunda, Oğuz ve diğ. [2]'ne benzer olarak derinlik integre edilmiş iki tabakalı akışa ait denklemler kullanılmıştır.

2. Derinlik İntegre Edilmiş Akış Denklemleri

Gözönüne alınan iki tabakalı akışı tanımlayan değişkenler ve koordinat sistemi Şekil 1'de gösterilmektedir. Üst ve alt tabakalar için elde edilen dikey integre edilmiş süreklilik ve momentum denklemlerinde yatay hız bileşenlerinin dikey doğrultudaki değişimleri ihmal edilerek, ortalama değerleri kullanılır. Bunun için momentum denklemlerindeki ilk üç terimin açılmış halde yazılması ve o tabakaya ait süreklilik denkleminin uygun hız bileşeni ile çarpılmış halinin kullanılması gerekmektedir. Daha sonra toplam tabaka derinliklerini gösteren h_1 ve h_2 değişkenleri yerine, serbest su yüzeyinde ve ara yüzeyde ortalama tabaka kalınlıkları H_1 ve H_2 'den sapmaları ifade eden ζ_1 ve ζ_2 kullanılarak denklemler aşağıda verilen formlarda yazılabilir. Üst tabaka için süreklilik ve momentum denklemleri:

$$\frac{\partial(\zeta_1 - \zeta_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(H_1 + \zeta_1 - \zeta_2)u_1] + \frac{\partial}{\partial y} [(H_1 + \zeta_1 - \zeta_2)v_1] = \frac{Q_w}{\rho} \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} + g \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} - f v_1 = N_h \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} \right) + \frac{(\tau_{sx} - \tau_{ix}) - Q_w u_1}{\rho_1 H_1} \quad (2)$$

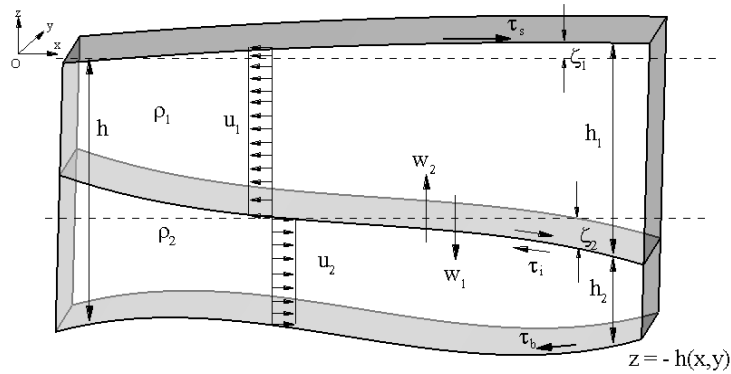
$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} + g \frac{\partial \zeta_1}{\partial y} - f u_1 = N_h \left(\frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial y^2} \right) + \frac{(\tau_{sy} - \tau_{iy}) - Q_w v_1}{\rho_1 H_1} \quad (3)$$

Alt tabaka için süreklilik ve momentum denklemleri:

$$\frac{\partial \zeta_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(H_2 + \zeta_2) u_2] + \frac{\partial}{\partial y} [(H_2 + \zeta_2) v_2] = -\frac{Q_w}{\bar{\rho}} \quad (4)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} + v_2 \frac{\partial u_2}{\partial y} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - f v_2 = N_h \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} \right) + \frac{(\tau_{ix} - \tau_{bx}) + Q_w u_2}{\rho_2 H_2} \quad (5)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial v_2}{\partial x} + v_2 \frac{\partial v_2}{\partial y} + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + f u_2 = N_h \left(\frac{\partial^2 v_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial y^2} \right) + \frac{(\tau_{iy} - \tau_{by}) + Q_w v_2}{\rho_2 H_2} \quad (6)$$



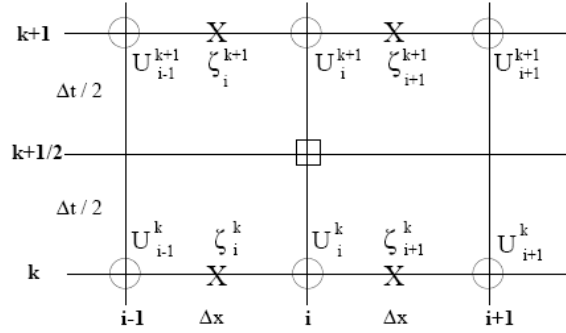
Şekil 1. Üç boyutlu ve iki tabakalı bir akışın genel görünüşü

Burada Q_w tabakalar arası net kütle debisi, $\bar{\rho}$ iki tabakanın ortalama yoğunluk değeri, r üst tabaka yoğunluğunun alt tabaka yoğunluğuna oranı ve $\zeta = r\zeta_1 + (1-r)\zeta_2$ dir. Bu çalışmada Mamayev [3] tarafından verilen $\rho = 1028.152 + 0.802(S - 35)$ bağıntısı kullanılmıştır. Burada S deniz suyunun tuzluluğunu göstermektedir. İki tabakalı bir akışta, tabakalar arasındaki

yoğunluk farkı keskin ve karışma düşük düzeydeyse, her iki tabakada da yoğunluğun farklı fakat sabit kaldığı varsayılır ve iki tabakanın az miktarda karışımından ötürü tabakalarda oluşan yoğunluk değişimi ihmal edilir. Bu çalışmada yoğunluğun her iki tabakada da sabit olduğu varsayılmıştır.

3. Sayısal Örnekler

Elde edilen hareket denklemlerinin İstanbul Boğazı sınırları ve batimetrisine uygun sayısal çözümlerinin elde edilebilmesi için uygun bir ayrıklaştırma ve sayısal çözüm yönteminin seçilmesi gereklidir. İntegre edilmiş denklemlerin ayrıklaştırılmasında iki zaman adımlı kaydırılmış Arakawa C-grid sistemi kullanılmış ve Şekil 2’de görüldüğü gibi formüle edilmiştir. Bu yaklaşım O’Brien-Hurlburt [5] yönteminin Arakawa C-grid sistemi üzerinde zamana göre Crank-Nicolson yaklaşımı ile gerçekleştirilen karma bir formülasyon olmaktadır. İstanbul Boğazı için sayısal çözüm yapmadan önce, en basit haldeki akış problemleri için denklemler ve sayısal çözüm yöntemi değişik koşullarda test edilmiştir. Tüm akış problemlerine (bir boyutlu ve tek tabakalı kararlı akış, bir boyutlu ve iki tabakalı kararlı akış, bir boyutlu ve tek tabakalı kararsız akış, bir boyutlu ve iki tabakalı kararsız akış) ait çözümler Beji ve diğ. [4]’de verilmektedir. Burada yalnızca bir boyutlu ve tek tabakalı kararsız akış, bir boyutlu ve iki tabakalı kararsız akışa ait iki örnek verilmektedir.

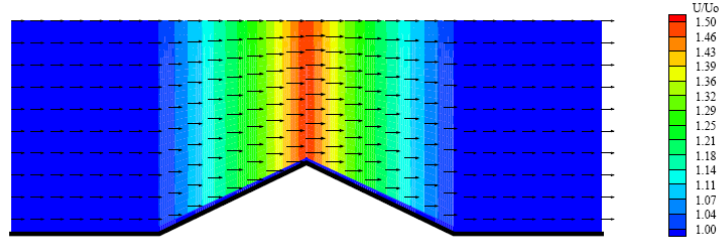


Şekil 2. Ayrıklaştırma sisteminin şematik gösterimi.

3.1 Bir boyutlu ve tek tabakalı kararsız akış

Bir boyutlu ve tek tabakalı kararsız akış denklemleri kullanılarak kararlı dengeye erişen bir durum Şekil 3’te görülmektedir. Kanal boyu $L=30000$ m, kanal genişliği $b=1000$ m, başlangıç

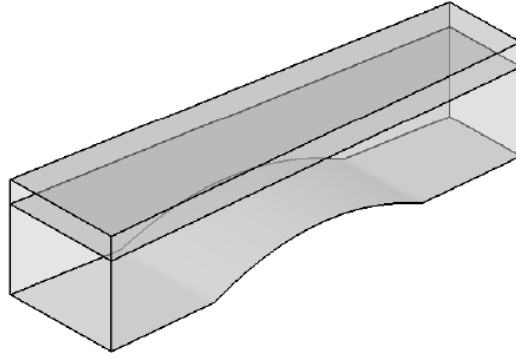
su derinliği $h=50$ m ve akıntı giriş hızı $u_0=1$ m/s alınmıştır. Dipteki üçgensel yükseltinin en üst noktasında su derinliği en düşük değeri olan 40 m'ye inmektedir.



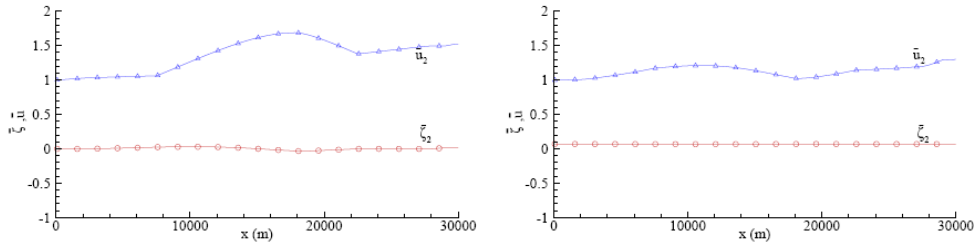
Şekil 3. Sabit kanal genişliği ve dipte üçgen bir yükselti için kararlı dengeye ulaşmış kararsız akış için kanal boyunca hızın değişimi.

3.2 Bir boyutlu ve iki tabakalı kararsız akış

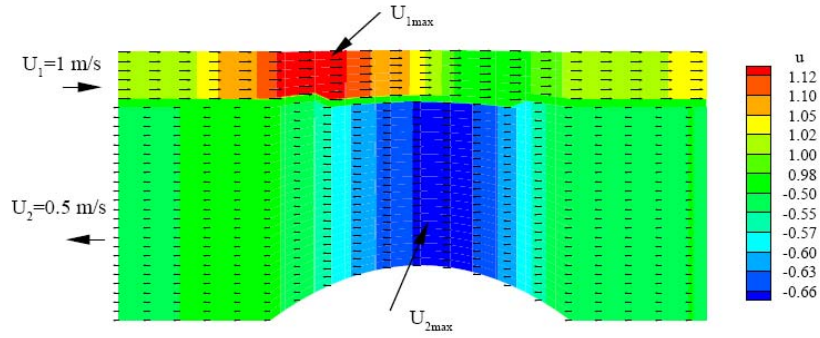
En genel formda verilen iki tabakalı akış denklemlerinde, yalnızca x yönündeki denklemler göz önüne alınarak ve tabakalar arasındaki gerilme değerleri ile eddy viskozite terimleri ihmal edilerek gerçekleştirilen bu simülasyonda İstanbul Boğazı'na ait boyutlar genelde korunarak, kanal boyu $L=30000$ m, başlangıç kanal genişliği $b_0=1000$ m ve kanal ortasındaki dip yükseltisi dışında kanal derinliği $h=70$ m olarak seçilmiştir. Sabit üst tabaka kalınlığı yine İstanbul Boğazı'na benzer olarak $H_1=15$ m ve değişken olabilen alt tabakanın maksimum kalınlığı $H_2=h-H_1=55$ m'dir. Kanal genişliği belirtildiği gibi $x=0$ 'da $b_0=1000$ m olarak başlamakta, 1/100 oranında azalarak kanal boyu olan 30000 m sonunda $b_L=700$ m genişlik değerine düşmektedir. Kanalın ortasında, toplam kanal uzunluğunun yarısı kadar bir bölgeyi kaplayan dairesel bir dip yükseltisi mevcut olup, bu yükseltinin kanalın tam ortasındaki en büyük değeri $h_0/5=14$ m'dir. Şekil 4'te kanalın üst ve alt tabakalarının sınırlarını ve dip batimetrisini gösteren perspektif bir görünüş verilmiştir.



Şekil 4. İki tabakalı akışta üst ve alt tabakanın perspektif görünüşü.



Şekil 5. İki tabakalı kararsız akışta üst tabakada (solda) ve alt tabakada (sağda) boyutsuz su seviyesi ile boyutsuz hızın değişimi.



Şekil 6. İki tabakalı kararsız akışta tabakalardaki hız değişimi.

İstanbul Boğazı'nda ölçülen üst ve alt tabakadaki akış hızlarından çok farklı olmayacak şekilde üst tabaka hızı $u_1=1$ m/s ve alt tabaka hızı $u_2=0.5$ m/s alınarak gerçekleştirilen simülasyonlar sonucu Şekil 5 ve Şekil 6'da sırasıyla iki tabakalı kararsız akışta üst tabakada (solda) ve alt tabakada (sağda) boyutsuz su seviyesi ile boyutsuz hızın değişimi ve iki tabakalı kararsız akışta tabakalardaki hız değişimi görülmektedir.

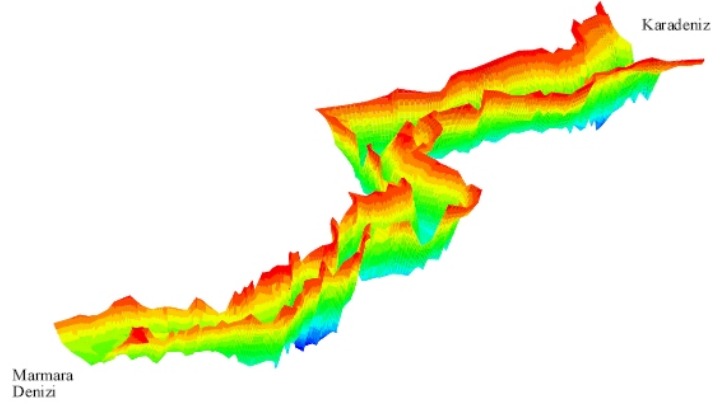
3.3 İstanbul Boğazı'nda akış

İstanbul Boğazı için bir boyutlu tek tabakalı ve bir boyutlu iki tabakalı simülasyonlar gerçekleştirilmiştir. İstanbul Boğazı için grid noktaları ve derinlikler T.C. Deniz Kuvvetleri Komutanlığı Seyir, Hidrografi ve Oşinografi Dairesi Başkanlığı tarafından yayınlanan İstanbul Boğazı'na ait 2921-A ve 2921-B numaralı kuzey ve güney haritalarından elde edilmiştir. Haritalardan okunan toplam 1160 noktaya ait ham grid noktalarına ait batimetri verileri Beji ve diğ. [4]'de anlatılan yöntem kullanılarak, yüksek çözünürlükte grid noktaları ve batimetri haritaları elde edilmiştir. Şekil 7'de uydudan alınan bir fotoğrafta İstanbul Boğazı ve üretilen gridlerin yakın plan parçası ve Şekil 8'de İstanbul Boğazı batimetrisinin üç boyutlu perspektif görünüşü verilmektedir. İstanbul Boğazı'nın genişlikleri ve derinlikleri için haritalardan okunan veriler bir boyutlu simülasyonlara olanak verecek şekilde düzenlenmiştir. Bu amaçla, üst tabaka için harita üstünden okunan Boğaz genişlikleri temel alınırken, alt tabaka için ise yaklaşık olarak ara tabakanın ortalama derinliğine karşı gelen Boğaz genişlik değerleri belirlenmiştir. Bu yaklaşım önce Çanakkale Boğazı için Oğuz ve Sur [6] ardından da İstanbul Boğazı için Oğuz ve diğ. [2] tarafından kullanılmıştır. Çeçen ve diğ. [1] ise daha basit olarak her iki tabaka için de harita üstünden okunan üst tabaka değerleri almıştır. Üst tabaka için haritadan okunan veriler; alt tabaka için ise yüzeyden yaklaşık 20 m derindeki genişlik değerleri kullanılmıştır. Şekil 9, üst tabakaya $b_1(x)$ ve alt tabakaya ait genişlikleri $b_2(x)$ ve ortalama su derinliğini göstermektedir. Bir boyutlu simülasyonlarda kullanılan derinlik değerleri ise, Boğaz boyunca ortalama su derinliklerinin hesaplanmasıyla belirlenmiştir. İlk olarak, verilen denklemlerin Runge-Kutta integratörü ile sayısal çözümünden elde edilen tek boyutlu tek tabakalı kararlı akış yaklaşımı kullanılmış, üst ve alt tabaka simülasyonlarının ayrı ayrı gerçekleştirildiği hesaplamalarda, üst tabakanın Marmara Denizi çıkışında 15 m su derinliğine sahip olduğu ve bu derinliğin doğrusal bir değişimle Karadeniz çıkışında 55 m değerine ulaştığı varsayılmıştır. Alt tabaka içinse, tabakanın üst tarafının üst tabaka için kabul edilen eğimli hatta uygun değiştiği, alt tarafının ise Şekil 9 ile verilen Boğaz dibine ait batimetriyi izlediği varsayılmaktadır. Genişlik değerleri daha önce Şekil 8'de verilen değerlere uygun alınmakta olup, akıntı hızları Marmara Denizi çıkışında üst tabaka için yaklaşık 1.3 m/s ve alt tabaka için 0.3 m/s olacak şekilde belirlenmiştir. Bu koşullar altında üst ve alt tabaka için Boğaz boyunca hesaplanan hız değerleri Şekil 10'da gösterilmektedir. Oğuz ve diğ. [2] tarafından yapılan bir boyutlu hesaplamalarda verilen akıntı hızı değerleriyle genel bir uyum olduğu gözlenmektedir. Ayrıntılarda olan farklılıkların temelde bir kaç nedeni vardır; öncelikle burada kullanılan hem Boğaz genişliği hem de su derinliği değerleri kaynak [2]'de kullanılan değerlerle aynı değildir.

Diğer önemli bir neden ise Şekil 10'da verilen hız değerlerinin iki tabaka arasında hiçbir etkileşim gözönüne alınmadan tamamen bağımsız tabakalar için elde edilen değerler olmalarıdır. İki tabakalı simülasyonda tabakalar arası etkileşim göz önüne alındığında sonuçların Oğuz ve diğ. [2] tarafında verilen sonuçlara daha yakın olduğu görülmektedir. Bir boyutlu ve iki tabakalı simülasyon için, kararlı akışa ait diferansiyel denklemler 4. mertebe Runge-Kutta sayısal integrasyon yöntemi ile Şekil 9'da gösterilen kanal genişlikleri ve su derinliği değerleri kullanılarak çözülmektedir. Akıntı hızları, bir önceki simülasyonda olduğu gibi üst tabaka için Marmara Denizi çıkışında $-x$ yönünde $u_1=1.3$ m/s ve alt tabaka için Karadeniz girişinde $+x$ yönünde $u_2=0.3$ m/s olarak alınmaktadır. Şekil 11 hesaplamalar sonucunda üst ve alt tabakaya ait akıntı hızı ve su seviyesi değerlerini göstermektedir. Bu grafik Şekil 10 ile kıyaslandığında üst tabakaya ait hız değerlerinde giriş bölgesindeki farklılıklar dışında önemli farklılıklar gözlenmemektedir. Bu farklılıkların nedeni ilk simülasyonda göz önüne alınmayan tabakalar arası etkileşimlerin bu simülasyonda hesaplamalarda yer almasıdır. Oğuz ve diğ.'nin [2] akıntı hızları için verdiği grafiklerle kıyaslandığında ise özellikle alt tabakada hesaplanan u_2 hızları için hesaplanan yerel tepe noktaları birebir örtüşmektedir.

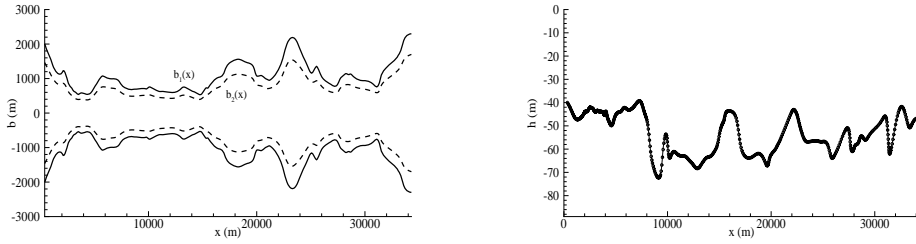


Şekil 7. İstanbul Boğazı'nın uydu fotoğrafı ve üretilen gridlerin yakın plan parçası.

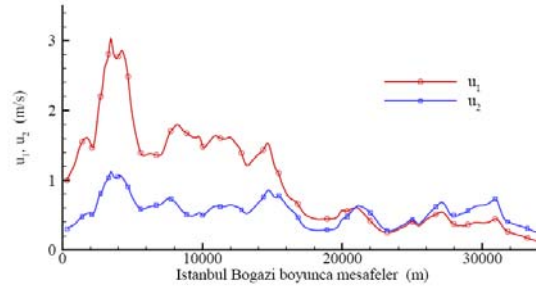


Şekil 8. İstanbul Boğazı batimetrisinin üç boyutlu perspektif görünüşü.

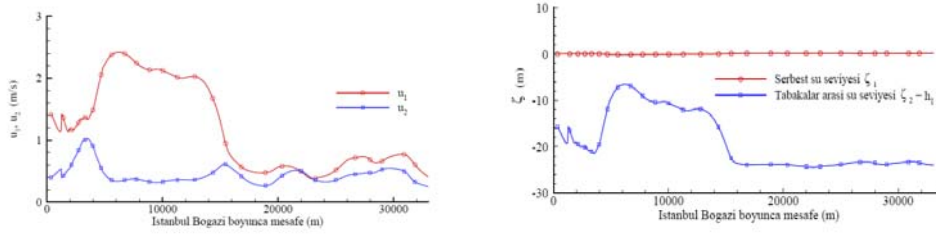
Şekil 11’de görülen yüzeydeki seviye değeri beklentilere uygun olarak Karadeniz çıkışına doğru hafifçe yükselmekte, tabakalar arası su seviyesi ise ciddi olarak düşmektedir. Yüzeydeki seviye yükselmesi Karadeniz çıkışında 16 cm olarak hesaplanmaktadır ki, bu değer genelde ölçülen değerlerle büyük bir uyum içindedir. Öte yandan, iki tabaka arasındaki seviye düşüşü 25 m civarında hesaplanmaktadır. Bu değer beklentilerin bir miktar altında olmakla beraber, bu farkın hassas olarak gelişen hidrolik sıçramanın başlangıç hız değerlerine sayısal etkiyle ilgili olduğu düşünülmektedir.



Şekil 9. İstanbul Boğazı’nda bir boyutlu hesaplamalarda üst tabaka $b_1(x)$ ve alt tabaka $b_2(x)$ için kullanılan genişlik (sol) ve ortalama su derinliği (sağ) değerleri.



Şekil 10. İstanbul Boğazı'nda üst ve alt tabaka için ayrı ayrı bir boyutlu hesaplamalar sonucu elde edilen akıntı hızı değerlerinin Boğaz boyunca değişimi.



Şekil 11. İstanbul Boğazı'nda bir boyutlu iki tabakalı hesaplamalar sonucu elde edilen üst ve alt tabakaya ait akıntı hızı (sol) ve su seviyesi (sağ) değerlerinin Boğaz boyunca değişimi

4. Sonuçlar ve Değerlendirme

Bu çalışmada, hesaplamalarda tasarruf sağladığı ve yeterince doğru sonuçlar verdiği kabul edilen derinlik integre edilmiş süreklilik ve momentum denklemleri kullanılmıştır. İstanbul Boğazı'na ait kıyı hatları ile su derinliği değerleri kullanılarak Boğaz'daki akıntılar derinlik integre edilmiş tek ve iki tabakalı akış denklemleri kullanılarak simüle edilmiştir. Sonuç olarak, gerek test simülasyonlarından, gerekse İstanbul Boğazı'na ait simülasyonlardan elde edilen değerler oldukça tatmin edicidir. Gelecekte, kararsız akış simülasyonlarına rüzgar etkisinin de dahil edilmesi yararlı olacaktır.

Teşekkür

Bu çalışma, TÜBİTAK tarafından desteklenen 105Y127 numaralı proje kapsamında gerçekleştirilmiştir.

Kaynaklar

- [1] Çeçen, K., Bayazıt, M., Sümer, M., Güçlüer, Ş., Doğusal, M., Yüce, H., İstanbul Boğazının Oşinografik ve Hidrolik Etüdü-I, TÜBİTAK Sualma Tesisleri Ünitesi, Kesin Rapor No: 24, İTÜ İnşaat Fakültesi, Hidrolik ve Su Kuvvetleri Kürsüsü, (1981).
- [2] Oğuz, T., Ozsoy E., Latif, M.A., Sur, H.I., Ünlüata, Ü., Modeling of Hydraulically Controlled Exchange Flow in the Bosphorus Strait, J. of Physical Oceanography, 20(7), 945-965, (1990).
- [3] Mamayev, O.I., Temperature-Salinity Analysis of World Ocean Waters. Elsevier, Amsterdam, (1975), 374s.
- [4] Beji, S., Dikili, A.C., Barlas, B., İstanbul Boğazındaki Akıntılarn Sayısal Modellenmesi, TÜBİTAK ÇAYDAG Rapor No:105Y127, Ankara, (2008).
- [5] O'Brien, J.J., Hurlburt, H.E., A numerical model for coastal upwelling, J. of Phys. Oceanogr., 2, 14-26, (1972).
- [6] Oğuz, T., Sur, H.I., A two-layer model of water exchange through the Dardanelles Strait, Oceanologica ACTA, 12(1), 23-31, (1989).