

KONUMA VE ZAMANA BAĞLI DEĞİŞEN DİP BATİMETRİSİ İÇİN GELİŞMİŞ BOUSSINESQ MODELİ VE UYGULAMALARI

S. Beji, Prof. Dr.,

İstanbul Teknik Üniversitesi, Gemi İnşaatı ve Deniz Bilimleri Fakültesi,
Maslak 34469, İstanbul.

Tel: (212) 285 6442, Faks: (212) 2856454, E-posta: sbeji@itu.edu.tr

Özet

Konuma ve zamana bağlı olarak değişen dip batimetrisi için türetilen dispersiyon özellikleri gelişmiş bir Boussinesq dalga modeli ve uygulamaları göz önüne alınmaktadır. Dip batimetrisinin yalnızca konuma değil zamana bağlı değişimini de göz önüne alması nedeniyle yeni dalga modeli sualtı depremleri ve heyelanlarından ötürü oluşacak dalgaların modellenmesini gerçeğe uygun yapmaktadır. Ayrıca, dalga modelinin dispersiyon özelliklerinin gelişmiş olması, göreceli olarak daha kısa dalgaların daha doğru benzetimine olanak vermektedir.

Improved Boussinesq Model for Spatially and Temporally Varying Bathymetry and Its Applications

An improved Boussinesq wave model derived for spatially and temporally varying bathymetry and its applications are presented. The new wave model realistically describes waves generated by underwater earthquakes and landslides as it incorporates not only spatial but also temporal variations of bathymetry. Also, improved dispersion properties provide more accurate simulations of relatively shorter waves.

Anahtar Kelimeler: Boussinesq modeli, sualtı depremleri, sualtı heyelanları.

Giriş

Sualtı depremleri veya heyelanları sebebiyle oluşan su dalgalarının modellenmesi ve sayısal benzetiminde uygulanan alışlagelen yaklaşım, serbest su yüzeyine deniz dibinde oluşan hareketin aynısını yansıtmaktır. Bu yaklaşım büyük ölçüde kabul edilebilir olmakla birlikte olayın yalnızca kinematik kısmını içermekte, dinamik etkileri göz önüne almamaktadır. Burada, kinematik kısımdan kastedilen geometrik olarak deniz dibi hareketinin birebir yüzeye aktarılmasıdır. Dinamik olarak eksik kalan kısım ise deniz dibi hareketinin hız ve ivmelenmesinin hesaplamalarda olmamasıdır. Bu çalışmada, su derinliğini yalnız konumun değil fakat zamanın da bir fonksiyonu olarak temel ilkelerden türetilen, dispersiyon özellikleri gelişmiş bir Boussinesq tipi dalga modeli (Beji, 2018) ve bu modelin bazı uygulamaları verilmektedir. Su derinliğinin zamanın da fonksiyonu olarak alınması, su tabanında oluşacak tüm hareketlerin, hız ve ivmelenmenin denklemlerde yer aldığı ve dipteki bu etkilerin fizik yasalarına uygun şekilde su yüzeyine yansıtıldığı anlamındadır.

Yöntem

Konuma ve zaman bağılı olarak değişen bir sualtı tabanı için Boussinesq tipi dalga modelini oluşturan süreklilik ve hareket denklemleri,

$$\zeta_t + h_t + \nabla \cdot [(h + \zeta)\bar{\mathbf{u}}] = 0 \quad (1)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_t + g\nabla\zeta + \frac{1}{2}\nabla(\bar{\mathbf{u}} \cdot \bar{\mathbf{u}}) + \frac{1}{6}(1 + \beta)h^2\nabla(\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_t) + \frac{1}{6}\beta gh^2\nabla(\nabla^2\zeta) = \frac{1}{2}(1 + \beta)h\nabla[\nabla \cdot (h\bar{\mathbf{u}}_t)] + \frac{1}{2}\beta gh\nabla[\nabla \cdot (h\nabla\zeta)] + \frac{1}{2}h\nabla h_{tt} \quad (2)$$

olarak verilmektedir (Beji, 2018). Temel ilkelerden türetilen denklemlerin ayrıntılı çıkarımı belirtilen kaynakta bulunabilir. Yukarıdaki denklemlerde, ζ serbest su yüzeyi dalgalanmasını, $\bar{\mathbf{u}}$ derinliğe göre ortalaması alınmış, x ve y doğrultusundaki bileşenleri (\bar{u}, \bar{v}) olan yatay hız vektörünü, $h = h(x, y, t)$ konuma ve zamana bağlı değişebilen su derinliğini, β boyutsuz dispersiyon parametresini, ∇ bileşenleri $(\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ olan iki boyutlu yatay türev operatörünü, t zamana göre kısmi türevi göstermektedir.

Denklem (1)'deki h_t terimi daha önce söz edilen kinematik ya da geometrik etkiyi temsil eder. Deniz tabanındaki dikey hızı doğrudan serbest su yüzeyine aktarır. Öte yandan, hareket denklemleri (2)'de yer alan $\frac{1}{2}h\nabla h_{tt}$ terimi deniz tabanındaki dikey ivmelenmenin yüzeye olan dinamik etkisini temsil eder. Formu itibarı ile dispersiyon terimleriyle aynı türden olan bu terim etki olarak ta bu terimlere benzer olarak serbest su yüzeyi şeklini yayvanlaştırıp sivrilğini azaltır. Bu nokta, sonuç ve öneriler kısmında bir sualtı heyelanını temsilen yapılan benzetime ait hesaplamalarda grafiklerden belirgin olarak görülebilir.

Son olarak dispersiyon parametresi β 'nin farklı değerleri için (1) ve (2) denklemlerinin oluşturduğu takıma ait dispersiyon özellikleri de değişim gösterir. Su derinliği h zamandan bağımsızken $-h_t$ ve h_{tt} terimleri sıfırken $\beta = 0$ değeri için Peregrine (1967) tarafından verilen denklem takımı elde edilir. $\beta = 1/5$ seçildiğinde ise lineer teori dispersiyon bağıntısının 4. mertebe Padé ifadesine karşı gelen dispersiyon özellikleri olan Beji ve Nadaoka (1996) tarafından türetilmiş denklemler elde edilir. Bu çalışmada da sayısal çözümler dalga modelinde $\beta = 1/5$ alınarak yapılmaktadır. (1) ve (2) denklemlerinin sayısal çözümleri Bayraktar ve Beji (2013)'te ayrıntıları ile verilen sonlu-farklar yaklaşımı ile yapılmaktadır. Bayraktar ve Beji (2013)'deki sayısal çözüm programından farklı olarak su derinliğinin zamana göre türevlerini içeren terimler ilave edilmiş ve hesaplama bölgesindeki tüm noktalarda su derinliği zamana da bağlı bir değişken olarak alınmıştır.

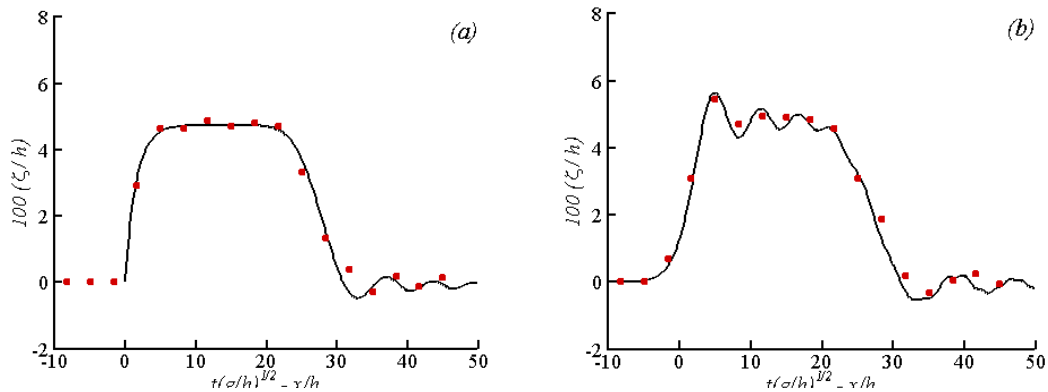
Sonuç ve Öneriler

Deniz dibi depremlerine bağlı oluşan serbest su yüzeyi dalgalarının (tsunami) deneysel ve teorik olarak modellendiği bir çalışma Hammack (1973) tarafından gerçekleştirilmiştir. Farklı deneysel ölçümlerin yer aldığı çalışmada, deney kanalında dipten yukarıya hareket eden bir tablanın oluşturduğu yüzey dalgasının zamana göre kaydı da yer almaktadır. Deneye uygun olarak zamana göre dip hareketi,

$$h(x, t) = \zeta_0(1 - e^{-\alpha t})H(x - b) \quad (3)$$

ifadesiyle tanımlanmıştır. Yukarıda $H(x)$ Heaviside adım fonksiyonu olup diğer büyüklükler oransal olarak $\zeta_0/h = 0.1$, $b/h = 12.2$, $t_c\sqrt{gh}/b = 0.148$, $\alpha = 1.11/t_c$ şeklinde verilmektedir. Buna göre, kritik süre t_c sonrasında $\alpha = 1.11$ değerini almakta ve tabanın b genişliği kadar kısmı $2\zeta_0/3$ değeri kadar yükselmektedir. Diğer bir deyişle t_c süre sonrasında su derinliği $h(x, t)$ 'nin tabanın b genişliği kadarı zamanın ekponansiyel bir fonksiyonu olarak $2\zeta_0/3$ değeri kadar azalmaktadır. Deneylerde yükselen taban bölgesinin genişliği $b = 0.61$ m olarak verilmektedir. Bu değer kullanılarak bütün diğer parametreler hesaplanabilir. Zaman büyüklüğü oranı $t_c\sqrt{gh}/b$, ayrıca Hammack sayısı Ha olarak isimlendirilmiş olup (Watts, 2000), bir dip hareketinin göreceli hızını ifade etmektedir. Eğer $Ha = t_c\sqrt{gh}/b \ll 1$ ise dip hareketi ani (impulsive) veya çok kısa süreli, $Ha = t_c\sqrt{gh}/b \cong 1$ ise orta süreli (transitional) ve nihayet $Ha = t_c\sqrt{gh}/b \gg 1$ ise uzun süreli (creeping) olarak sınıflanmaktadır. Bu deneyde $Ha = t_c\sqrt{gh}/b = 0.148$ olduğu için dip hareketi ani ya da çok kısa sürede gerçekleşmektedir. Bu tür ani dip hareketlerinde, denklem (2)'deki $\frac{1}{2}h\nabla h_{tt}$ teriminin etkisinin önemsiz ve ihmal edilebilir olduğu, ancak göreceli uzun süreli dip hareketlerinde belirgin etkisi olduğu belirtilmelidir. Sualtı heylanına ilişkin benzetimde bu nokta dikkate alınmaktadır.

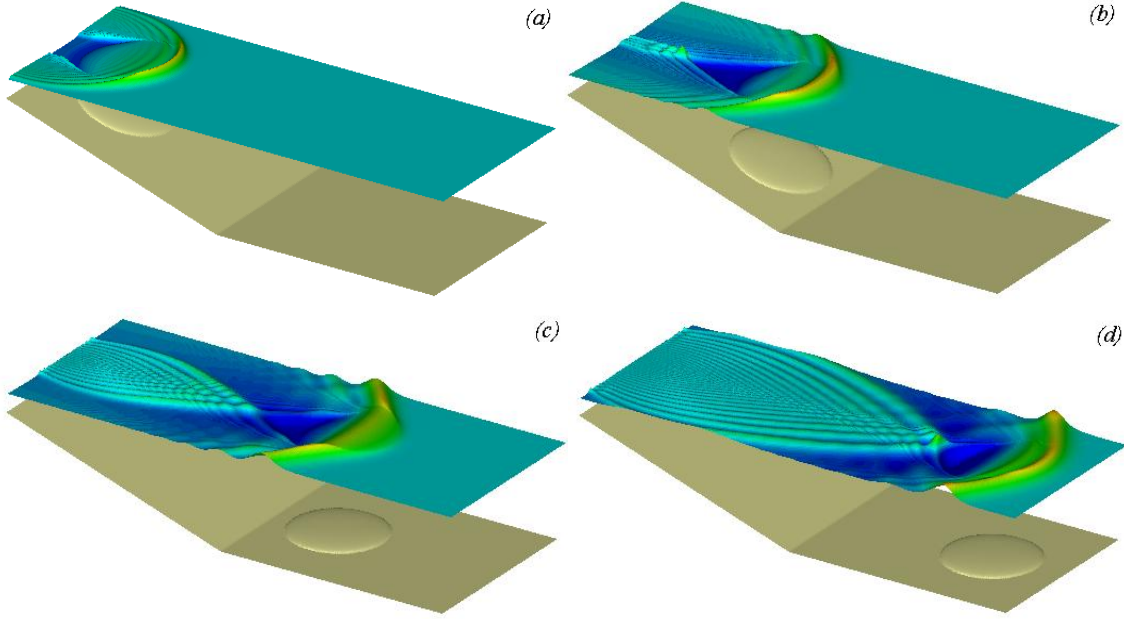
Denklem (3)'e uygun bir dip hareketi verilerek Gelişmiş Boussinesq Modeli (GBM), (1) ve (2) denklemleri kullanılarak sayısal model benzetimleri gerçekleştirilmiştir. Hesaplamalarda x eksenini doğrultusundaki çözünürlük $\Delta x = 0.007$ m ve zaman adımı $\Delta t = 0.01$ s alınmış olup buna göre Courant sayısı $Cr = C(\Delta t/\Delta x) = 1$ olmaktadır ki burada $C = \sqrt{gh}$ sığ su dalga ilerleme hızıdır. Su kanalındaki iki farklı konum için sayısal benzetim (kesiksiz siyah çizgi) ve deneysel ölçüm değerleri (kırmızı daireler) Şekil 1a ve 1b'de kıyaslanmaktadır. Görüldüğü üzere, benzetim hesaplamaları deneysel ölçümlerle oldukça uyumludur.



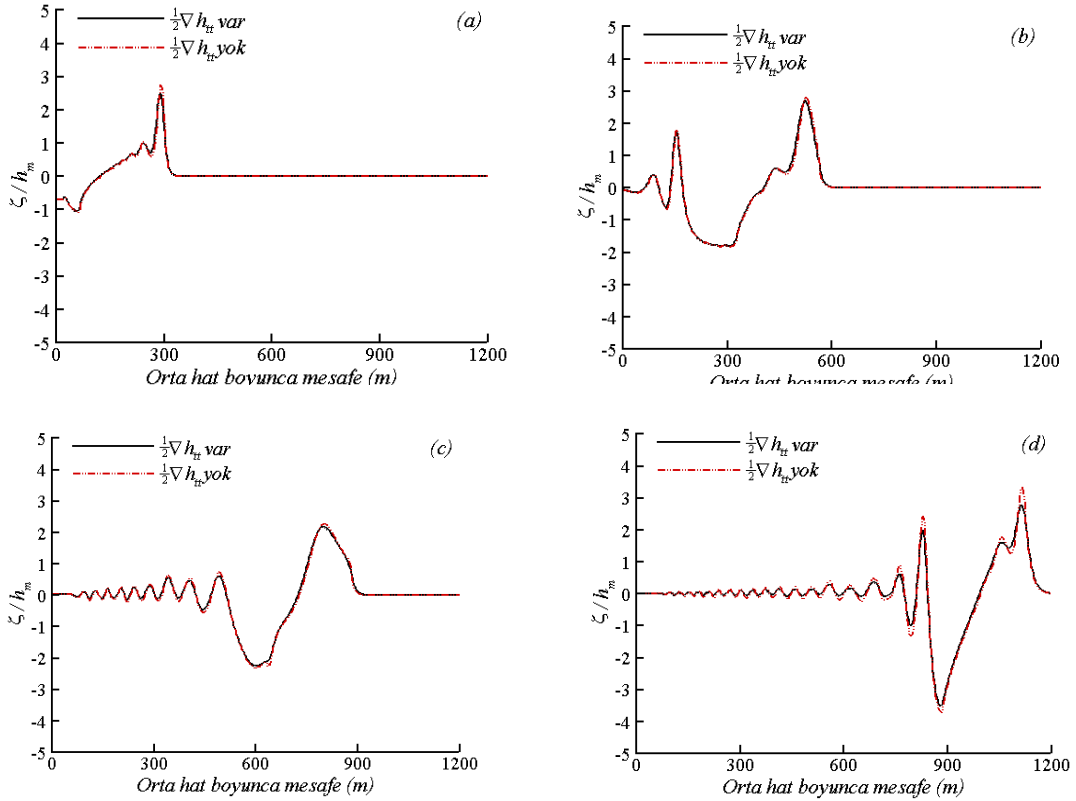
Şekil 1. Dip hareketi ile oluşturulan yüzey dalgasının (a) hareket eden tabanın ucundaki noktada, (b) 20 su derinliği ileride kaydedilen zamana bağlı değişimi.

GBM kullanılarak gerçekleştirilen ikinci benzetim, göreceli olarak yavaş dip hareketinin göz önüne alındığı bir sualtı heyelanı modellemesidir. Benzetimde, 1200 m uzunluğunda ve 600 m genişliğinde bir bölgede ilk 600 m de 1:75 eğimli bir kısımda su derinliği 2 m'den 10 m'ye artmaktadır. Eğimli yüzey üzerinde kısa kenarı (boyuna doğrultuda) 120 m, uzun kenarı (enine doğrultuda) 150 m ve maksimum yüksekliği 0.5 m olan elips şeklinde idealize edilmiş, yoğunluğu ıslak çamur yoğunluğunda, $\rho_c = 1826 \text{ kg/m}^3$, olan heyelan kaymaktadır. Hesaplama bölgesine $V_0 = 5 \text{ m/s}$ başlangıç hızı ile giren heyelan $V(t) = V_0 + (g' \sin \theta)t$ ifadesine uygun olarak hızlanarak ilerlemektedir. Bu formülde $g' = g(\rho_c - \rho_s)/\rho_c = 0.44g$ azaltılmış yerçekimi ivmesi ve θ eğimli yüzeyin yatayla yaptığı açıdır. Su yoğunluğu ortalama deniz suyu yoğunluğu $\rho_s = 1025 \text{ kg/m}^3$ olarak alınmıştır. Heyelan, eğimli yüzeyin sonuna yatay zemine ulaştığında sahip olduğu hızını -ki bu değer yaklaşık $V = 9.7 \text{ m/s}$ 'dir- değiştirmeden yatay zeminde ilerlemektedir. Yatay zeminde su derinliği 10 m olduğundan sığ su dalga hızı $C = \sqrt{gh} = 9.9 \text{ m/s}$ değerindedir. Böylece bu bölgede Froude sayısı $Fr = V/C \cong 1$ olmaktadır; heyelanın ilerlemesi kritik Froude sayısındadır. Öte yandan zaman büyüklüğü oranı $t_c \sqrt{gh}/b$ ya da Hammack sayısı Ha hesaplanacak olursa, heyelanın toplam ilerleme süresi $t_c = 100 \text{ s}$, ortalama su derinliği $h_m = (2 + 10)/2 = 6 \text{ m}$, heyelan genişliği $b = 150 \text{ m}$ alınarak, $Ha \cong 5$ bulunur, bu da dip hareketinin göreceli olarak yavaş olduğunu göstermektedir. Burada amaçlanan da yavaş hareket eden bir zeminin su yüzeyindeki etkisini gözlemlemektir. Sayısal çözümlemede x ve y eksenleri doğrultusundaki çözünürlük eşit olarak $\Delta x = \Delta y = 2 \text{ m}$ ve zaman adımı $\Delta t = 0.2 \text{ s}$ alınmıştır. Su derinliğinin 10 m olduğu bölgede sığ su dalga hızı $C = \sqrt{gh} = 9.9 \text{ m/s}$ olduğu için Courant sayısı her iki yönde de yaklaşık 1 olmaktadır. Sayısal çözümlemede Courant sayısı üzerinde herhangi bir kısıtlama olmamasına karşın, özellikle faz açılarının daha doğru hesaplanması için Courant sayısının 1 olması tercih edilmiştir. Şekil 2, dört farklı zaman için sualtı heyelanının dipteki konumunu ve oluşan yüzey dalgalarını perspektif olarak göstermektedir.

Hareket denkleminde dip ivmelenmesinin dinamik etkisini ifade eden $\frac{1}{2}h\nabla h_{tt}$ teriminin yüzey dalgalanmasında yaptığı farkı gözlemlemek amacıyla hesaplamalar bu terimin dahil edildiği ve edilmediği durumlarda için iki kez yapılmıştır. Nicel olarak dalga formu ya da yüksekliği üzerinde $\frac{1}{2}h\nabla h_{tt}$ teriminin etkisini göstermek amacıyla hesaplama bölgesinin orta hattı boyunca serbest su yüzeyinde kesit alınarak her iki durumda elde edilen yüzey dalgalanmaları birlikte çizilmiştir. Şekil 3 bu kıyaslamaları Şekil 2'deki dört farklı zaman için göstermektedir. Şekil 3'te $\frac{1}{2}h\nabla h_{tt}$ teriminin hesaba katıldığı ve katılmadığı durumlar arasında dalga genlikleri arasında en büyük fark yaratan zaman $t = 110 \text{ s}$ anında gözlenmektedir. Bu zaman için her iki durumda hesaplanan dalga yükseklikleri arasındaki fark yaklaşık %20 civarında olup, $\frac{1}{2}h\nabla h_{tt}$ teriminin hesaba katılmadığı durumda daha yüksektir. Daha önce ifade edildiği üzere $\frac{1}{2}h\nabla h_{tt}$ teriminin etkisi dispersiyon terimlerinin etkisiyle benzeşmekte, dalga formunun sivrilmesini azaltıp yayvanlaşmasına sebep olmaktadır.



Şekil 2. Farklı zamanlar için sualtı heyelanının konumu ve bu konumlarda yüzey dalgalarının görünümü. (a): $t = 35$ s, (b): $t = 60$ s, (c): $t = 85$ s, (d): $t = 110$ s.



Şekil 3. Farklı zamanlar için yüzey dalgalarının orta hat boyunca alınan kesite göre görünümü. (a): $t = 35$ s, (b): $t = 60$ s, (c): $t = 85$ s, (d): $t = 110$ s. Kesiksiz çizgi: $\frac{1}{2}h\nabla h_{tt}$ terimi ile hesaplama, kesikli çizgi: $\frac{1}{2}h\nabla h_{tt}$ terimi olmaksızın hesaplama.

Bu çalışmada sualtı depremleri ve heyelanları gibi sebeplerle su derinliğinin hem konuma hem de zamana bağlı olarak değişmesi durumunu içeren dispersiyon özellikleri gelişmiş bir Boussinesq dalga modeli göz önüne alınmıştır. Dalga modelinin sayısal çözümlenmesi ile yapılan benzetimler öncelikle deneysel ölçümlerle kıyaslanmış ve oldukça iyi bir uyum gözlenmiştir. İkinci olarak, bir sualtı heyelanı için göreceli yavaş dip hareketleri modellenmiş ve hareket denkleminde yer alan dinamik katkının yüzey dalgalanmalarını ihmal edilmeyecek düzeyde etkilediği gözlenmiştir. Yeni türetilen bu dalga modelinin, sualtında parçalı fay hattı kırılması veya sualtı heyelanları gibi göreceli yavaş dip hareketlerinin oluşturacağı yüzey dalgalarını modellemede daha doğru sonuçlar vereceği öngörülmektedir.

Kaynaklar

- Bayraktar, D., and Beji, S. (2013). Numerical simulation of waves generated by a moving pressure field. *Ocean Eng.* 59: 231–39.
- Beji, S. (2018). Improved Boussinesq-type equations for spatially and temporally varying bottom. *Coastal Engineering Journal*, 60(3): 1-9.
- Beji, S., and Nadaoka, K. (1996). A formal derivation and numerical modelling of the improved Boussinesq equations for varying depth. *Ocean Eng.* 23 (8): 691–704.
- Hammack, J. L. (1973). A Note on tsunamis: Their generation and propagation in an ocean of uniform depth. *J. Fluid Mech.* 60: 769–99.
- Peregrine, D. H. (1967). Long waves on a beach. *J. Fluid Mech.* 27: 815-27.
- Watts, P. (2000). Tsunami features of solid block underwater landslides. *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.* 126 (3): 144–52.